

Leçon 181 : Convexité dans \mathbb{R}^n . Applications en algèbre et en géométrie.

1 Généralités (Tauvel, Audin)

1.1 Barycentres

- Définition barycentre/isobarycentre
- Associativité du barycentre
- Centre de gravité d'un triangle

1.2 Ensembles convexes

- Définition combinaison convexe
- Définition ensemble convexe + Exemples
- L'adhérence d'un convexe l'est
- Différentes propriétés

1.3 Enveloppe convexe

- Définition
- Propriétés + exemples d'enveloppe convexe
- Théorème de Carathéodory
- Corollaire : Stabilité de la compacité et fait d'être bornée

1.4 Fonctions convexes

- Définition

- Caractérisation épigraphe + dérivée seconde
- Exemple de fonction convexe

2 Résultats théoriques

2.1 Chez les matrices (Brézis, Szpirglas)

- Énoncé de Hahn-Banach
- Dév 1 : Enveloppe convexe de $\mathcal{O}_n(\mathbb{R})$
- Lemme de convexité sur les sous-groupes compacts de $\mathcal{O}_n(\mathbb{R})$
- Caractérisation des sous-groupes compacts de $GL_n(\mathbb{R})$
- Le déterminant est log-convexe sur l'ensemble des matrices définies positives

2.2 Chez les polynômes

- Gauss Lucas
- Énoncé équivalent
- Application sur un polynôme

2.3 En géométrie

- Définition matrices symétriques définies positives
- Définition ellipsoïde
- Dév 2 : Ellipsoïde de John-Lowner